

BAB VII KESETIMBANGAN

7.1 Syarat kesetimbangan

Benda dikatakan berada dalam kesetimbangan apabila :

- Benda itu sebagai satu keseluruhan tetap diam atau bergerak menurut garis lurus dengan kecepatan konstan
- Benda itu tidak berotasi sama sekali atau berotasi dengan kecepatan tetap

Apabila benda dalam kesetimbangan maka resultan dari semua gaya yang bekerja pada benda tersebut sama dengan nol. Artinya :

$$\Sigma F_x = 0 \text{ dan } \Sigma F_y = 0 \quad 7.1$$

dimana F_x adalah komponen-komponen gaya pada sumbu X
dimana F_y adalah komponen-komponen gaya pada sumbu Y

Resultan vektornya :

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} \quad 7.2$$

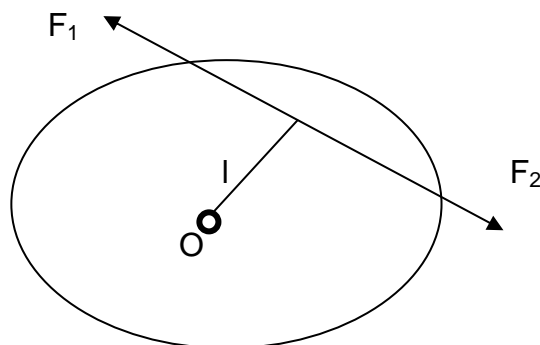
Sedangkan arahnya :

$$\text{tg } \theta = \frac{F_y}{F_x} \quad 7.3$$

7.2 Momen Gaya

Momen gaya : perkalian antara besarnya gaya dengan lengan dari gaya tersebut dengan rumus

$$\Gamma = F \cdot l \quad 7.4$$



Gambar 7.1 Momen oleh dua buah gaya

Suatu benda dikatakan dalam keadaan setimbang sempurna bila

$$\Sigma F = 0 \quad \text{dan} \quad \Sigma \Gamma = 0 \quad 7.5$$

disini Γ adalah momen gaya F terhadap titik sembarang O .
Jika gaya :

$$F = F_x i + F_y j + F_z k$$

Vektor posisi titik tangkap gaya :

$$r = x i + y j + z k$$

Dan momen gaya :

$$\Gamma = \Gamma_x i + \Gamma_y j + \Gamma_z k$$

Maka :

$$\begin{aligned} \Gamma &= r \times F \\ &= \begin{vmatrix} i & j & k \\ x & y & z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} \\ &= (F_z \cdot y - F_y \cdot z) i + (F_x \cdot z - F_z \cdot x) j + (F_y \cdot x - F_x \cdot y) k \quad 7.6 \end{aligned}$$

disini :

$$\begin{aligned} \Gamma_x &= (F_z \cdot y - F_y \cdot z) \\ \Gamma_y &= (F_x \cdot z - F_z \cdot x) \\ \Gamma_z &= (F_y \cdot x - F_x \cdot y) \end{aligned}$$

Besar momen gaya Γ adalah :

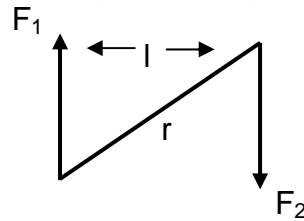
$$\begin{aligned} \Gamma &= |r \times F| \\ &= F_r \sin \theta \\ &= F \cdot l \quad 7.7 \end{aligned}$$

Efek gaya F_1 ialah rotasi berlawanan arah putaran jarum jam terhadap sumbu putar di O , biasanya diberi tanda positif, sedangkan efek gaya F_2 ialah rotasi searah dengan jarum jam dan diberi tanda negatif

Satuan momen gaya adalah Newton – meter (N-m) atau (lb-ft)

Jika garis gaya F_1 dan F_2 sejajar dan tidak berimpit seperti gambar dibawah ini, maka pasangan gaya tersebut dinamakan kopel, contoh umum sebuah kopel adalah gaya-gaya pada jarum kompas didalam medan magnet bumi.

Pada kutub utara dan selatan jarum itu bekerja gaya yang sama besar, yang satu mengarah ke utara dan yang satu mengarah ke selatan



Gambar 7.2 Momen kopel dua buah gaya

Momen resultan dari kopel terhadap titik sembarang O adalah :

$$\begin{aligned}
 C &= \Sigma \Gamma \\
 &= r_1 \times F + r_2 \times (-F) \\
 &= (r_1 - r_2) F \\
 &= r \times F
 \end{aligned}
 \tag{7.8}$$

Dengan demikian kopel C adalah sebuah vektor yang tegak lurus bidang melalui dua gaya tersebut

Besar momen Kopel

$$\begin{aligned}
 C &= |r \times F| \\
 &= r F \sin \theta \\
 &= F.l
 \end{aligned}$$

Sebuah benda yang padanya bekerja sebuah kopel hanya dapat dalam keadaan seimbang bila ada kopel lain yang bekerja pada benda tersebut yang besarnya sama dan berlawanan arah.

Contoh :

1. Tentukanlah momen gaya $F = 6 \text{ N}$ yang bekerja pada sebuah benda F membentuk sudut 30° dengan sumbu x dan $r = 4,5 \text{ m}$ membentuk sudut 50° dengan x

Jawab :

$$\tau = x.F_y - y.F_x$$

$$\begin{aligned}
 x &= r \cos 50^\circ \\
 &= 0,289 \text{ m}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 y &= r \sin 50^\circ \\
 &= 0,345 \text{ m}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 F_x &= F \cos 30^\circ \\
 &= 5,196 \text{ N}
 \end{aligned}$$

$$F_y = F \sin 30^\circ$$

$$= 3 \text{ N}$$

Maka

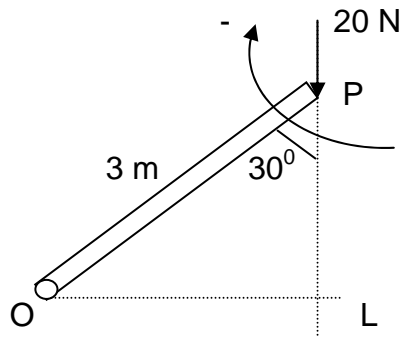
$$\tau = x.F_y - y.F_x$$

$$= 0,289 \cdot 3 - 0,345 \cdot 5,196$$

$$= - 0,925 \text{ N}$$

persamaan garis kerja : $- 0,925 = 3x - 5,196y$

2. Tentukanlah momen gaya terhadap poros O oleh gaya 20 N pada gambar dibawah ini :



Jawab :

Garis kerja adalah PL, sedangkan lengan adalah OL, segitga OLP adalah siku-siku sehingga :

$$OL = OP \sin 30^\circ$$

$$= 3 \sin 30^\circ$$

$$= 1,5 \text{ m}$$

Gaya 20 N cenderung memutar tongkat OP searah jarum jam terhadap poros O, sehingga :

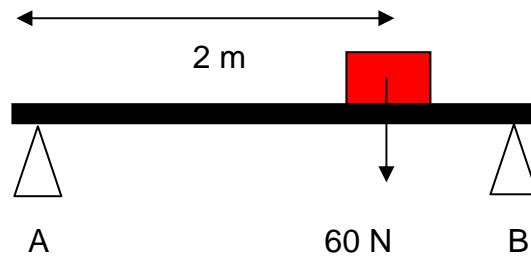
$$\Gamma = - F \cdot OL$$

$$= - 20 \cdot (1,5)$$

$$= - 30 \text{ N}$$

3. Sebuah papan panjang 3 m dengan berat yang dapat diabaikan diam dengan ujung-ujungnya diatas pijakan. Sebuah balok 60 N berada pada papan itu 2 m dari ujung kiri dan 1 m dari ujung kanan. Brapakah gaya pada masing masing pijakan ?

Penyelesaian



Syarat setimbang :

$$\Sigma F = 0$$

$$\Sigma \Gamma = 0$$



Dengan mengambil arah keatas positif maka didapat diperoleh :

$$F_A + F_B - 60 \text{ N} = 0$$

Jika beban diambil sebagai titik putar maka momennya adalah :

$$1 \cdot F_B - 2 \cdot F_A = 0$$

$$F_B = 2 \cdot F_A$$

Dengan mempergunakan persamaan :

$$F_A + F_B - 60 \text{ N} = 0$$

Diperoleh :

$$F_A + 2 \cdot F_A - 60 \text{ N} = 0$$

$$3 F_A = 60 \text{ N}$$

$$F_A = 20 \text{ N}$$

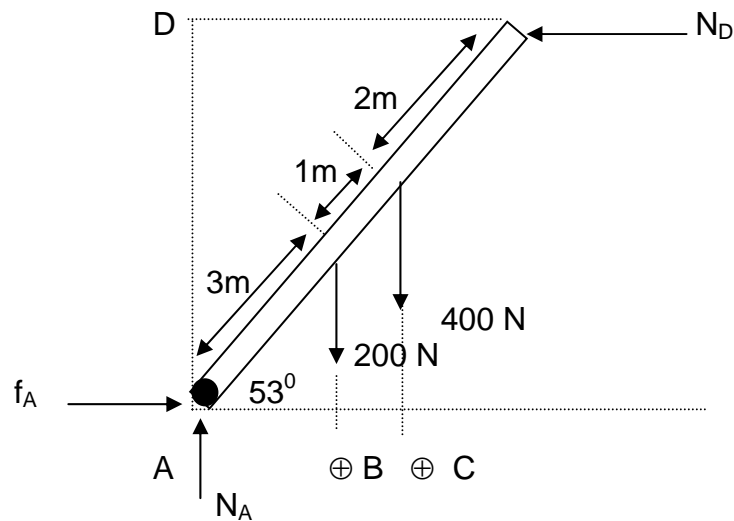
Dan

$$F_B = 2 \cdot F_A$$

$$= 2 \cdot 20$$

$$= 40 \text{ N}$$

4. Sebuah tangga dengan berat 200 N bersandar pada tembok licin dan bertumpu pada lantai kasar dengan sudut 53° . Seorang tukang yang beratnya 400 N, berdiri pada tanggapada jarak 2 m dari dinding dan 4m dari lanati. Jika sistem setimbang, hitunglah gaya yang bekerja pada tembok dan lantai serta koefisien gesek tangga dengan lantai



Penyelesaian:

Perhatikan gambar diatas :

Gaya-gaya pada tangga adalah :

1. gaya berat tangga : 200 N titik kerjanya ditengah-tengah tangga
2. gaya berat orang : 400 N titik kerjanya 2 m dari puncak tangga
3. gaya normal tembok N_D tegak lurus tembok
4. komponen gaya lantai yaitu gaya gesek f_A kekanan dan gaya normal N_A ketas

Kita ambil A sebagai poros :

$$\begin{aligned} \Sigma \Gamma &= 0 \\ +200 (BA) + 400 (CA) - N_D (DA) &= 0 \end{aligned}$$

karena panjang tangga 6 m maka didapat :

$$\begin{aligned} AB &= \frac{1}{2} l \cos 53^\circ &= \frac{1}{2} (6), (0,6) &= 1,8 \text{ m} \\ CA &= 4 \cos 53^\circ &= 4. (0,6) &= 2,4 \text{ m} \\ DA &= l \sin 53^\circ &= 6. (0,8) &= 4,8 \text{ m} \end{aligned}$$

Sehingga :

$$\begin{aligned} +200 (1,8) + 400 (2,4) - N_D (4,8) &= 0 \\ 360 + 960 - 4,8 N_D &= 0 \\ 4,8 N_D &= 1\ 320 \\ N_D &= \frac{1320}{4,8} \\ &= 275 \text{ N} \end{aligned}$$

Syarat kesetimbangan translasi :

$$\sum F_x = 0$$

$$f_A - N_D = 0$$

$$f_A = 275 \text{ N}$$

dan

$$\sum F_y = 0$$

$$N_A - 200 - 400 = 0$$

$$N_A = 600 \text{ N}$$

$$\text{Gaya pada tembok} = 275 \text{ N}$$

$$\begin{aligned} \text{Gaya pada lantai} &= \sqrt{f_A^2 + N_A^2} \\ &= \sqrt{275^2 + 600^2} \\ &= 660 \text{ N} \end{aligned}$$

Koefisien gesek di A, dihitung pakai :

$$\begin{aligned} \mu_s &= \frac{f_A}{N_A} \\ &= \frac{275}{600} \\ &= 0,46 \end{aligned}$$

7.3 Gaya-gaya sebidang

Gaya-gaya sebidang terletak dalam satu bidang datar, suatu sistem yang berpotongan terdiri dari gaya-gaya yang berpotongan di suatu titik yang disebut titik perpotongan. Suatu sistem sejajar terdiri dari gaya-gaya yang berpotongan di titik tak berhingga. Suatu titik berpotongan dan tidak sejajar terdiri dari gaya-gaya yang tidak berpotongan mungkin sebuah gaya yang melalui titik perpotongan dan tidak sejajar.

Gaya-gaya berpotongan : gaya-gaya yang garis kerjanya berpotongan di suatu titik. Resultan R dari gaya-gaya yang berpotongan mungkin sebuah gaya yang melalui titik perpotongan atau nol.

Besar vektor resultannya adalah :

$$R = \sqrt{(\sum F_x)^2 + (\sum F_y)^2} \quad 7.9$$

Dengan arah :

$$\text{tg } \theta_x = \frac{\sum F_y}{\sum F_x} \quad 7.10$$

Sebuah benda berada dalam keadaan setimbang jika dibawah pengaruh gaya-gaya yang berpotongan, maka :

- Benda itu diam dan tetap diam (disebut keadaan kesetimbang statik

- Benda itu bergerak dengan vektor kecepatan yang tetap (disebut kesetimbangan translasi)

Syarat kesetimbangan :

$$R = \Sigma F = 0 \quad \text{atau} \quad \Sigma F_x = \Sigma F_y = 0$$

Gaya – gaya paralel : gaya - gaya yang berpotongan di satu titik tak berhingga. Resultan gaya – gaya sejajar mempunyai arah yang sama dengan arah dengan arah gaya – gaya itu dan besarnya sama dengan jumlah besar gaya – gaya tadi. Gaya resultan ini mungkin :

- sebuah gaya R yang sejajar dengan sistem
- suatu kopel
- nol

Jika sitem paralel ini sejajar dengan sumbu Y maka : $R = \Sigma F$ dan $R \cdot \bar{x} = \Gamma_0$ disini \bar{x} adalah jarak tegak lurus dari pusat momen O ke resultan \bar{R} dan besarnya :

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{\Sigma \Gamma_0}{\Sigma F} \\ &= \frac{x_1 \cdot F_1 + x_2 \cdot F_2 + x_3 \cdot F_3 + \dots + X_n \cdot F_n}{F_1 + F_2 + F_3 + \dots + F_n} \end{aligned} \quad 7.11$$

Jika $\Sigma F = 0$, kopel resultan jika ada besarnya sama dengan :

$$\bar{C} = \Sigma \Gamma_0 = R \cdot \bar{x} \quad 7.12$$

Gaya – gaya yang tidak berpotongan dan tidak sejajar adalah gaya – gaya yang garis kerjanya tidak berpotongan di satu titik dan tidak sejajar.

Gaya resultan sistem mungkin :

- gaya tunggal \bar{R}
- suatu kopel dalam bidang sitem atau bidang sejajar
- nol

Secara aljabar :

$$R = \sqrt{(\Sigma F_x)^2 + (\Sigma F_y)^2} \quad 7.13$$

dan

$$\text{tg } \theta_x = \frac{\Sigma F_y}{\Sigma F_x} \quad 7.14$$

Disini θ_x adalah sudut antara resultan \bar{R} dengan sumbu x positif.

Garis kerja gaya resultan \bar{R} di peroleh dari persamaan :

$$R \cdot \bar{a} = \Sigma \Gamma_0 \quad 7.15$$

Disini \bar{a} adalah jarak tegak lurus pusat momen O terhadap gaya resultan \bar{R} . Sitem gaya yang bekerja pada benda tegar pada umumnya sitem tidak berpotongan dan tidak sejajar. Syarat kesetimbangan benda tegar di bawah pengaruh gaya – gaya bidang adalah :

$$\Sigma F = 0$$

atau

$$\Sigma F_x = \Sigma F_y = \Sigma F_z = 0$$

dan

$$\Sigma \Gamma_0 = 0$$

7.4 Pusat Massa

Pada sistem benda titik tiap anggota sistem mempunyai massa, maka massa dari sistem benda titik adalah jumlah dari massa – massa anggota sistem dan letak dari massa total ini adalah pada pusat massanya. Pusat massa adalah titik tangkap dari resultan gaya – gaya berat pada setiap anggota sistem, yang jumlah momen gayanya terhadap titik tangkap ini (pusat massa) sama dengan nol. Dikatakan juga bahwa pusat massa adalah sebuah titik pada sistem benda titik yang bila dikerjakan gaya luar akan mengakibatkan benda bergerak translasi murni. Setiap benda titik mengalami gaya tarik bumi dengan gaya $w = mg$ disebut gaya berat, arah gaya ini menuju pusat bumi, gaya ini akan berpotongan di tempat yang jauh sekali, arahnya dapat dikatakan sejajar.

Jadi :

$$\begin{aligned} W_{\text{sistem}} &= \Sigma mg \\ \bar{r}_{pm} &= \frac{\Sigma m_i \cdot g \cdot \bar{r}_i}{\Sigma m_i \cdot g} \\ &= \frac{\Sigma m_i \cdot \bar{r}_i}{\Sigma m_i} \end{aligned} \tag{7.16}$$

atau ditulis menurut komponen-komponennya :

$$x_{pm} = \frac{\Sigma m_i \cdot x_i}{\Sigma m_i} \tag{7.17}$$

$$y_{pm} = \frac{\Sigma m_i \cdot y_i}{\Sigma m_i} \tag{7.18}$$

$$z_{pm} = \frac{\Sigma m_i \cdot z_i}{\Sigma m_i} \tag{7.19}$$

(x_{pm}, y_{pm}, z_{pm}) , adalah koordinat dari pusat massa

Perhatikan :

$$\begin{aligned} \bar{v}_{pm} &= \frac{d}{dt} r_{pm} = \frac{d}{dt} \frac{\Sigma m_i \cdot \bar{r}_i}{\Sigma m_i} \\ &= \frac{m_i \left(\frac{d}{dt} \bar{r}_i \right)}{\Sigma m_i} \frac{\Sigma (m_i \cdot \bar{v}_i)}{\Sigma m_i} \end{aligned} \tag{7.20}$$

$$\bar{a}_{pm} = \frac{d}{dt} v_{pm} = \frac{d}{dt} \left(\frac{\Sigma m_i \cdot \bar{v}_i}{\Sigma m_i} \right)$$

$$= \frac{m_i \left(\frac{d}{dt} \bar{v}_i \right) \sum (m_i \bar{a}_i)}{\sum m_i \quad \sum m_i} \quad 7.21$$

untuk benda rigid : $\lim_{\Delta m \rightarrow 0} \sum_{i=1}^{\infty} \Delta m_i = \int dm$

yang terdiri dari banyak sekali titik-titik massa. Jadi koordinat titik massa

benda rigid : $x_{pm} = \int \frac{x \cdot dm}{dm}, y_{pm} = \int \frac{y \cdot dm}{dm}, z_{pm} = \int \frac{z \cdot dm}{dm}$ 7.22

$dm = \rho \cdot dv$ atau $dm = \sigma \cdot dA$, atau $dm = \lambda \cdot dl$

jika : ρ = massa persatuan volume (v)

σ = massa persatuan luas (A)

λ = massa persatuan panjang (l)

jadi kordinat titik pusat massa juga dapat ditulis sebagai berikut :

$$x_{pm} = \int \frac{x \cdot dv}{v} \text{ atau } x_{pm} = \int \frac{x \cdot dA}{A} \text{ atau } x_{pm} = \int \frac{x \cdot dl}{l}$$

$$y_{pm} = \int \frac{y \cdot dv}{v} \text{ atau } y_{pm} = \int \frac{y \cdot dA}{A} \text{ atau } y_{pm} = \int \frac{y \cdot dl}{l}$$

$$z_{pm} = \int \frac{z \cdot dv}{v} \text{ atau } z_{pm} = \int \frac{z \cdot dA}{A} \text{ atau } z_{pm} = \int \frac{z \cdot dl}{l}$$

Jika benda rigid yang homogen mempunyai bentuk simetri, pusat massa akan berimpit dengan pusat simetrinya, misalnya bola, parallel epipedum(balok), kubus, dan lain-lain. Jika benda rigid yang homogen mempunyai sumbu simetri misalnya kerucut, silinder, maka pusat massanya akan berada pada sumbu simetrinya.

Contoh :

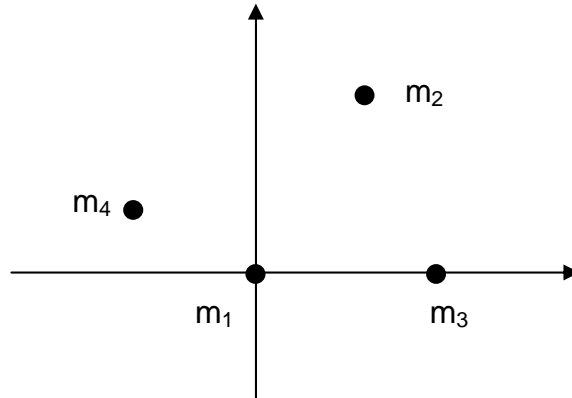
1. Tentukanlah letak titik pusat massa dari system benda titik yang terdiri dari $m_1 = 5$ kg pada (0,0), $m_2 = 30$ kg pada (15,20), $m_3 = 20$ kg pada (30,0) dan $m_4 = 15$ kg pada (-15,10), dalam cm

Jawab :

$$m = \sum m_i = (5+30+20+15) = 70 \text{ kg}$$

$$x_{pm} = \frac{\sum m_i \cdot x_i}{\sum m_i} = \frac{(5 \cdot 0) + (30 \cdot 15) + (20 \cdot 30) + (15 \cdot -15)}{70} = 11,8 \text{ cm}$$

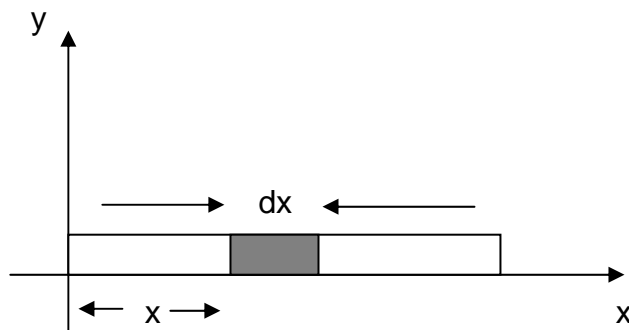
Jawab :



$$y_{pm} = \frac{\sum m_i \cdot y_i}{\sum m_i} = \frac{(5 \cdot 0) + (30 \cdot 20) + (20 \cdot 0) + (15 \cdot 10)}{70} = 10,7 \text{ cm}$$

jadi titik pusat massanya adalah : (11,8 . 10,7)

2. Tentukanlah letak titik pusat massa sebuah tongkat yang panjangnya l dan massanya m



Kita pilih sumbu x pada panjang tongkat (0,0) di ujung tongkat . Ambil dm yang panjangnya dx pada jarak x dari (0,0). Pusat massa berada pada : $y_{pm} = 0$, sehingga yang dicari hanyalah x_{pm} :

$$x_{pm} = \int \frac{x \cdot dm}{dm}$$

dimana : $dm = \lambda dx$, dan $\lambda = \frac{m}{l}$

sehingga

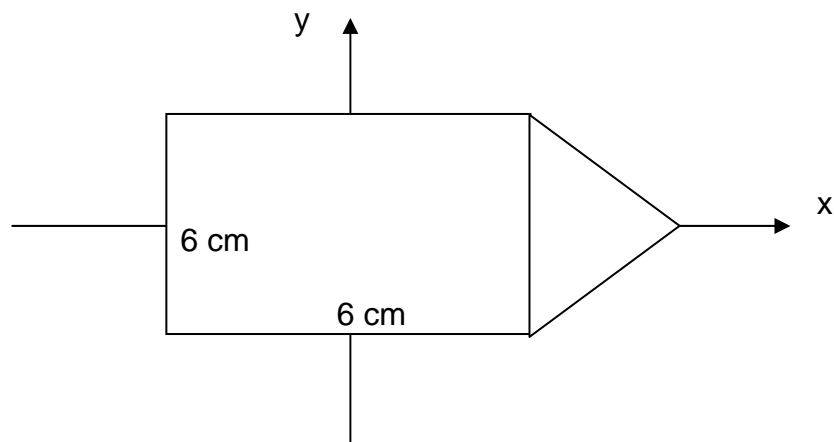
$$x_{pm} = \frac{1}{m} \int x \cdot \lambda \cdot dx$$

$$= \frac{\lambda}{m} \int_0^l x \cdot dx$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{\lambda}{m} \frac{1}{2} x^2 \\
 &= \frac{\lambda}{m} \frac{1}{2} l^2 \\
 &= \frac{m}{l} \frac{1}{2} l^2 \\
 &= \frac{1}{2} l
 \end{aligned}$$

jadi pusat massa berada ditengah-tengah batang

3. Tentukanlah pusat massa dari keeping berikut :



$$\begin{aligned}
 x_{pm} &= \frac{\sum m_i \cdot x_i}{\sum m_i} \\
 &= \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}
 \end{aligned}$$

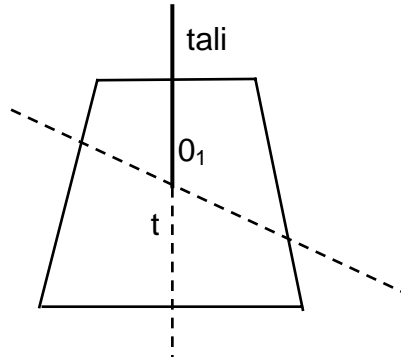
$$\begin{aligned}
 m_1 &= m \\
 x_1 &= 0 \\
 m_2 &= \frac{1}{4} m \\
 x_2 &= 4 \text{ cm}
 \end{aligned}$$

Jadi

$$\begin{aligned}
 x_{pm} &= \frac{m \cdot 0 + \frac{1}{4} m \cdot 4}{m + \frac{1}{4} m} \\
 &= \frac{m}{\frac{5}{4} m} \\
 &= \frac{4}{5} \text{ cm}
 \end{aligned}$$

7.5. Titik Berat

Titik berat adalah titik-titik yang dilalui oleh garis kerja dari resultan gaya berat sistem benda titik, berarti merupakan titik potong dari garis kerja gaya berat bila letak dari sistem ini berubah – ubah. Misal benda rigid seperti gambar dibawah ini :



Sebuah benda rigid digantung dengan pusat O , maka garis vertikal melalui O adalah tempat kedudukan titik berat benda. Jika digantung pada tempat yang berlainan maka akan mempunyai titik berat yang berbeda. Koordinat titik berat benda dirumuskan sebagai :

$$x_z = \frac{\sum w_i \cdot x_i}{\sum w_i} = \frac{\sum m_i \cdot g \cdot x_i}{\sum m_i} = \frac{\sum m_i \cdot x_i}{\sum m_i}$$

dengan cara yang sama didapat untuk titik yang lain :

$$y_z = \frac{\sum m_i \cdot y_i}{\sum m_i}, \quad z_z = \frac{\sum m_i \cdot z_i}{\sum m_i}$$

untuk benda rigid berlaku :

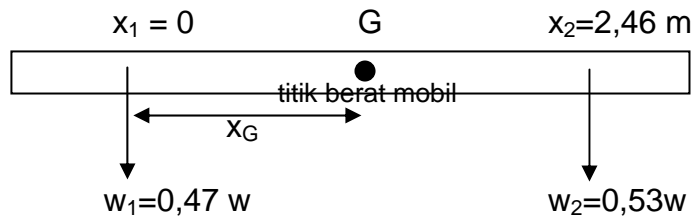
$$x_z = \frac{\int x \cdot dw}{\int dw}, \quad y_z = \frac{\int y \cdot dw}{\int dw}, \quad z_z = \frac{\int z \cdot dw}{\int dw}$$

Titik berat dan titik pusat massa mempunyai koordinat yang sama, berarti titik ini berimpit. Hal ini benar bila benda atau system berada dekat dengan permukaan bumi. Untuk benda-benda yang jauh dari permukaan bumi titik berat letaknya berubah, lebih dekat ke arah bumi dari pada pusat massa, yang selalu tetap letaknya dimana pun benda itu berada.

Contoh :

1. Sebuah mobil sedan memiliki 53% berat pada roda depan dan 47% berat pada roda belakang. Jarak antara poros depan dan belakang adalah 2,46 m. Yang berarti gaya normal pada kedua roda depan adalah 0,53 w dan pada roda belakang adalah 0,47 w, dimana w adalah berat total mobil. Berapa jauh titik berat mobil tersebut dari poros belakang ?

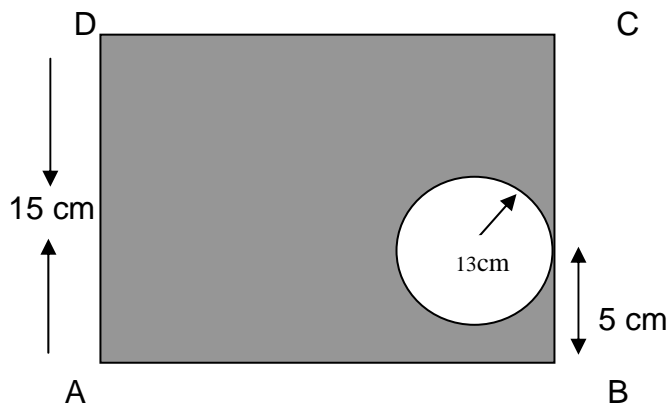
Penyelesaian :



titik berat mobil x_G dapat ditentukan dengan :

$$\begin{aligned}
 x_G &= \frac{\sum w_i \cdot x_i}{\sum w_i} \\
 &= \frac{w_1 x_1 + w_2 x_2}{w_1 + w_2} \\
 &= \frac{0,47 \cdot w(0) + 0,53 \cdot w(2,46)}{0,47w + 0,53w} \\
 &= \frac{0 + 0,53w(2,46)}{w} \\
 &= 1,30 \text{ m}
 \end{aligned}$$

2. Tentukanlah titik berat benda yang dihitamkan terhadap titik potong diagonal bidang ABCD



Penyelesaian :

Untuk benda homogen yang berbentuk luasan dapat kitanyatakan dalam luas partikel :

$$\begin{aligned}
 M_i &= \rho \cdot V_i \\
 &= \rho \cdot A_i \cdot t
 \end{aligned}$$

dimana :

ρ = massa jenis
 t = tebal benda

maka :

$$\begin{aligned} x_G &= \frac{\sum w_i \cdot x_i}{\sum w_i} \\ &= \frac{\sum (\rho \cdot A_i \cdot t) x_i}{\sum \rho \cdot A_i \cdot t} \\ &= \frac{\sum A_i \cdot x_i}{\sum A_i} \\ y_G &= \frac{\sum A_i \cdot y_i}{\sum A_i} \end{aligned}$$

Jawab :

Untuk luas benda yang di hitamkan adalah luas ABCD dikurang luas lingkaran.

Bidang ABCD :

$$\begin{aligned} A_1 &= AB \times BC \\ &= 15 \times 15 \\ &= 225 \text{ cm}^2 \\ x_1 &= 0 \\ y_1 &= 0 \end{aligned}$$

Bidang lingkaran :

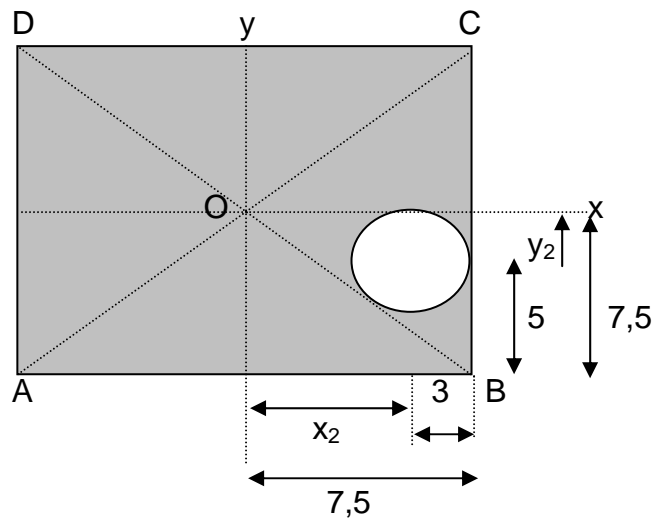
$$\begin{aligned} A_2 &= \pi \cdot r^2 \\ &= (3,14) \cdot (3)^2 \\ &= 9\pi \\ x_2 &= 7,5 - 3 \\ &= 4,5 \\ y_2 &= -(7,5 - 5) \\ &= -2,5 \end{aligned}$$

Maka titi berat benda yang dihitamkan terhadap titik O adalah :

$$\begin{aligned} x_G &= \frac{\sum A_i \cdot x_i}{\sum A_i} \\ &= \frac{A_1 \cdot x_1 - A_2 \cdot x_2}{A_1 - A_2} \\ &= \frac{(225) \cdot (0) - (9\pi) \cdot (4,5)}{225 - 9\pi} \\ &= -0,65 \text{ cm} \end{aligned}$$

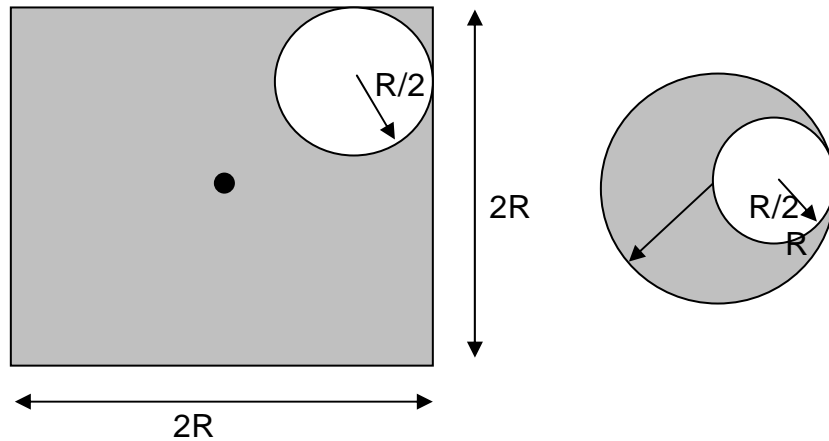
$$\begin{aligned}
 y_G &= \frac{\Sigma A_i \cdot y_i}{\Sigma A_i} \\
 &= \frac{A_1 \cdot y_1 - A_2 \cdot y_2}{A_1 - A_2} \\
 &= \frac{(225)(0) - (9\pi)(-2,5)}{225 - 9\pi} \\
 &= 0,36
 \end{aligned}$$

Jadi koordinat titik beratnya adalah : (-0,65 , 0,36) cm

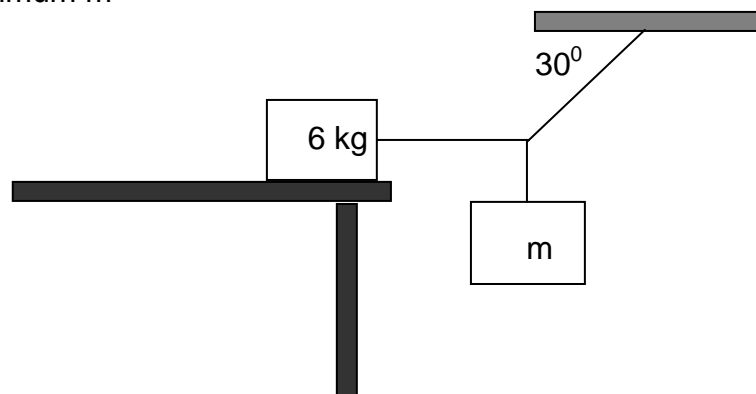


Soal – soal :

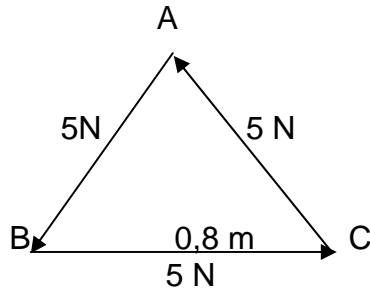
- Sebuah bidang persegi memiliki suatu lubang lingkaran dengan pusat lubang berlokasi pada $(R/2, R/2)$ seperti ditunjukkan pada gambar berikut. Tentukan letak pusat massa terhadap pusat lingkaran.



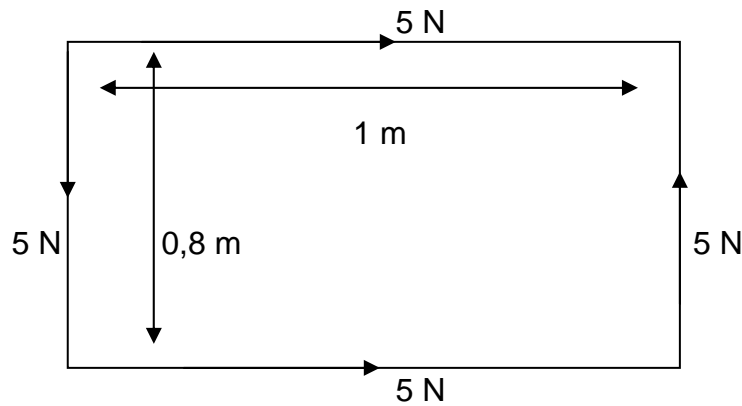
- Sebuah cakram serba sama dengan jari-jari R memiliki sebuah lubang lingkaran dengan jari-jari $R/2$ seperti ditunjukkan pada gambar di atas. Tentukan letak pusat massa terhadap pusat cakram tanpa lubang.
- Sistem pada gambar di bawah berada dalam keseimbangan. Gaya gesekan maksimum pada balok adalah 15 N . Tentukanlah:
 - koefisien gesekan antara meja dan balok
 - nilai maksimum m



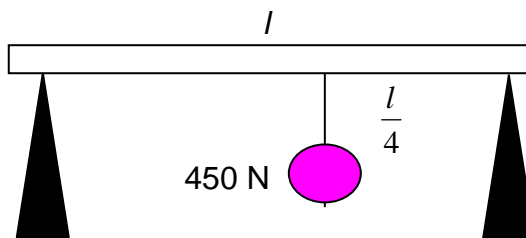
- Suatu rangka baja yang berbentuk segitiga sama sisi, dengan sisi $0,8\text{ m}$, digantung pada titik A, seperti pada gambar. Gaya-gaya sama besar (5 N) bekerja sepanjang ketiga sisi segitiga. Bagaimanakah efek resultan ketiga gaya itu terhadap keseimbangan rangka baja?



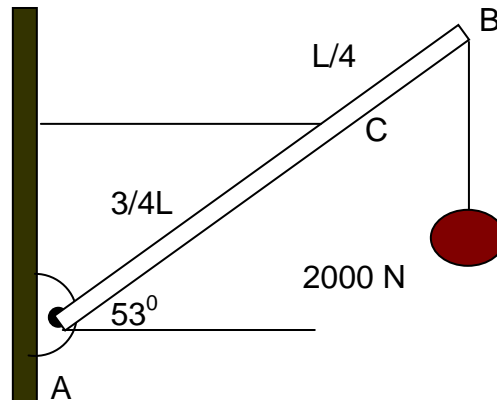
5. Gambar di bawah ini menunjukkan empat buah gaya bekerja sepanjang keliling suatu lembaran logam segi empat yang ukurannya 1,0 m x 0,8 m.
- Buktikan bahwa lembaran berada dalam keadaan seimbang.
 - Jika salah satu gaya 4 N dibalik arahnya, berapa besar resultan torsi pada lembaran logam?



6. Pada batang homogen AB seberat 200 N digantungkan beban 450 N (lihat gambar). Tentukan besar gaya yang dilakukan penyangga pada batang.

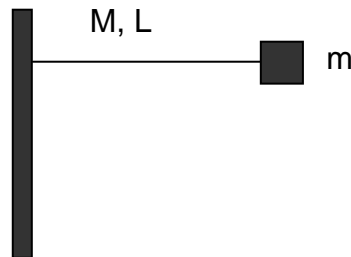


7. Batang AB , beratnya 400 N. Engsel ditempatkan di A , dan di titik C diikat pada tembok dengan seutas tali tak bermassa. Jika sistem seimbang, hitunglah:
- tegangan tali
 - besar gaya engsel ($\sin 53^\circ = 0,8$)

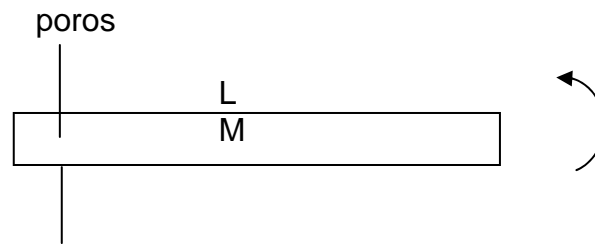


8. Sebatang papan kayu homogen AB memiliki panjang 120 cm dan berat 1,20 N. Papan itu diletakkan pada dua penopang C dan D yang masing-masing diletakkan 10 cm dari ujung-ujung papan. Sebuah beban seberat 0,20 N digantung dengan benang sejauh 30 cm dari ujung A dan beban seberat 0,90 N digantung sejauh 40 cm dari ujung B . Tentukan gaya-gaya reaksi yang dikerjakan tiap-tiap penopang pada papan kayu.

9. Batang tipis panjang (massa M , panjang L) pada ujung kanannya dilekatkan sebuah balok kecil bermassa m . Ujung kiri batang dipasang pada sebuah dinding dengan suatu titik sambung, yang bertindak sebagai suatu poros di mana batang dapat berputar. Batang dibebaskan dari keadaan diam dari posisi mendatar seperti ditunjukkan pada gambar. Batang mengayun ke bawah dan menumbuk dinding. Berapakah kelajuan sudut sesaat menumbuk?

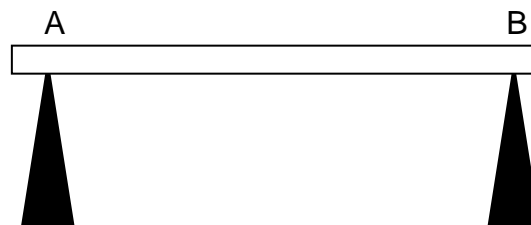


10. Sebuah batang tipis homogen dengan panjang L dan massa M bebas berputar terhadap suatu poros pada salah satu ujungnya, seperti tampak pada gambar. Batang dibebaskan dari keadaan diam dalam posisi horizontal.
 - a. Berapa percepatan sudut awal batang?
 - b. Berapa percepatan tangensial awal titik pada ujung batang?



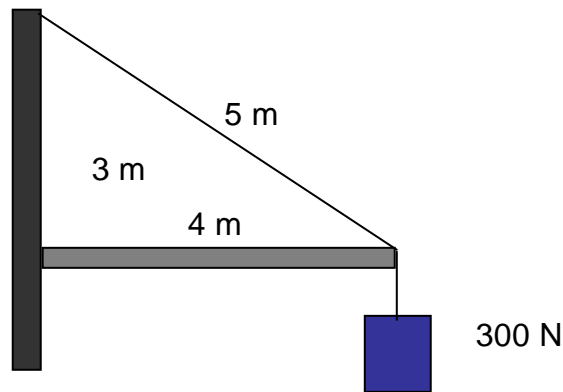
11. Sebuah bola pejal bermassa 0,036 kg dan jari-jari 1,2 cm menggelinding menuruni suatu bidang miring. Bola pejal itu mula-mula bergerak dengan kecepatan 0,50 m/s. Berapa kecepatan bola itu ketika ketinggiannya berkurang 14 cm? (Percepatan gravitasi $g = 10 \text{ m/s}^2$).
12. Mengapa lebih mudah memegang benda 10-kg dengan lengan ke bawah dibandingkan dengan lengan lurus ke samping?
13. Dahulu, pada waktu kereta Conestoga masuk ke dalam lumpur, orang berusaha mengeluarkannya dengan memutar roda kereta pada jejarinya, dan bukan dengan mendorong kereta. Mengapa?
14. Apakah pusat gravitasi benda padat selalu berada di dalam benda? Bila tidak, berilah contohnya.
15. Suatu motor listrik yang berat diangkat oleh dua orang dengan menggunakan papan ringan yang panjangnya 2,0 m. Untuk mengangkat papan dengan motor di atasnya, salah seorang harus mengangkat salah satu ujungnya dengan gaya 600 N dan orang satunya lagi mengangkat ujung lainnya dengan gaya 400 N. Berapakah berat motor, dan di mana motor diletakkan?
16. Pada Soal diatas, misalkan papan tidak ringan tetapi beratnya 200 N. Berapakah berat motor, dan di mana motor diletakkan?
17. Seorang anak yang beratnya 400 N duduk pada salah satu ujung papan jungkit yang panjangnya 3,0 m dan sumbunya berada 1,4 m dari anak tadi. Bila anak lain duduk pada ujung satunya lagi tepat membuat setimbang, berapakah berat anak itu? Berat papan jungkit diabaikan. Berapakah gaya total pada sumbunya?

18. Jarak sumbu roda depan dan sumbu roda belakang suatu mobil adalah 3,0 m. Bila 60 persen dari berat berada pada roda-roda depan, pada jarak berapa dari roda depan letak dari pusat gravitasinya?
19. Sebuah tangga yang panjangnya 20 ft dan beratnya 200 pon diangkat oleh dua orang. Bila seorang dapat mengangkat maksimum 80 pon dan pada sebuah ujungnya, di mana orang lainnya harus mengangkat?
20. Anda diberi (a) sebuah batang meteran yang telah diberi beberapa buah lubang sehingga pusat gravitasinya tidak pada titik tengahnya, (b) pisau, untuk meletakkan batang meteran, (c) benda yang beratnya w , dan (d) segulung benang. Hanya dengan menggunakan perlengkapan tersebut, jelaskan, dengan menggunakan bagan, bagaimana anda menentukan berat batang meteran.
21. Suatu papan serbasama panjang 15 m, berat 400 N, terletak secara simetris di atas dua buah penyangga yang jaraknya 8 m, seperti pada Gambar 8-1 1. Seorang anak yang beratnya 640 N berjalan mulai dari titik A ke kanan.
 - a. Dalam sebuah bagan lukiskan dua buah grafik yang menunjukkan gaya-gaya ke atas F_A dan F_B pada papan di titik A dan B, sebagai fungsi dari koordinat x dari anak tadi. Ambil 1 inci = 250 N ke atas, dan 1 inci = 2,5 m mendatar.
 - b. Dari bagan anda tentukan berapa jauh dari titik B anak tadi dapat berjalan sebelum papan terjungkit.
 - c. Berapa jauh dari ujung kanan papan penyangga B harus ditempatkan agar anak tadi dapat sampai ke ujung papan tanpa menyebabkan papan terjungkit?



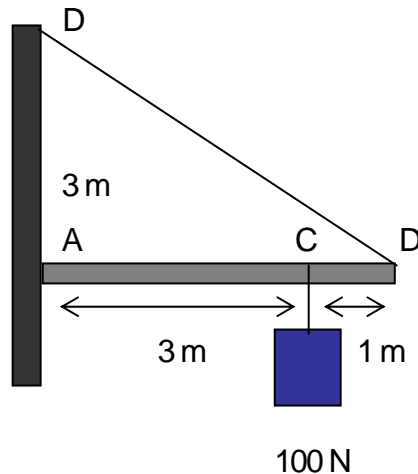
gambar 8-11

22. Batang pada Gambar 8-12 beratnya 200 N dan titik pusat gravitasinya terletak tengah-tengahnya. Tentukan
- tegangan pada kabel dan
 - komponen mendatar dan tegak dari gaya oleh batang pada dinding.



Gambar 8-12

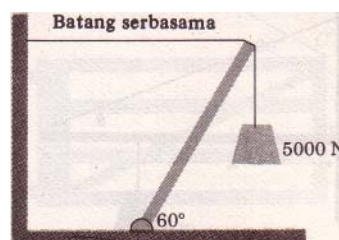
23. Pada Gambar 8-13 tentukan tegangan pada kabel BD dan komponen mendatar serta tegak dari gaya oleh batang AB di titik A , dengan menggunakan:
- syarat pertama dan kedua dari kesetimbangan ($\sum F = 0$, $\sum F_y = 0$, $\sum M = 0$). dengan mengambil momen terhadap sumbu melalui titik A tegak lurus pada bidang bagan.
 - hanya syarat kedua dari kesetimbangan, dengan mengambil momen mula-mula hadap A , kemudian terhadap sumbu yang melalui B , dan akhirnya terhadap sumbu, yang melalui D . Berat batang dapat diabaikan.
 - Tunjukkan gaya-gaya yang dihitung dengan vektor pada bagan berskala, dan tunjukkan bahwa garis kerja dari gaya-gaya pada batang di titik A , B , dan C berpotongan pada satu titik.



Gambar 8-13

24. Suatu batang mendatar yang panjangnya 4 m salah satu ujungnya diberi engsel pada dinding tegak, dan pada ujungnya yang lain diberi beban 500 N. Batang ditahan oleh kawat dari ujung luar ke dinding tepat di atas batang.
 - a. Bila tegangan pada kawat tidak melebihi 1000 N, berapa jarak minimum di atas batang kawat tadi harus diikatkan pada dinding?
 - b. Berapa newton bertambahnya tegangan bila kawat dihubungkan pada suatu titik 0,5 m di bawah titik tadi, batang tetap mendatar? Abaikan berat batang.
25. Sebuah bola yang massanya 1 kg menempel pada ujung batang ringan yang panjangnya 0,4 m dan pada ujung yang lain menempel bola kedua yang massanya 3 kg. Di mana pusat gravitasi sistem?
26. Pada Soal diatas No-25 , misalkan batang serbasama dan massanya 2 kg. Di dimana pusat gravitasi sistem?
27. Tiga buah benda kecil yang massanya sama terletak pada bidang-x, y, pada titik dengan koordinat $(0,1 , 0)$, $(0, 0,1)$, $(0,1 , 0,1)$. Tentukan koordinat pusat gravitasi. Dapatkah anda menggunakan sifat simetri dari keadaan untuk menyederhanakan perhitungan anda?
28. Seseorang yang massanya 80 kg berdiri pada jarak 1 m dari salah satu ujung kakamu yang panjangnya 5 m, massanya 40 kg, mula-mula diam. Ia berjalan menuju ke ujung yang lain hingga pada jarak 1 m dari ujung

- tersebut. Dengan anggapan bahwa pusat gravitasi sistem tidak bergerak, berapa jauh kanu bergerak?
29. Pada molekul karbon monoksida (CO), jarak kedua inti kira-kira $1,13 \cdot 10^{-10}$ m. Di mana pusat massa molekul?
 30. Sebuah kubus padat yang rusuknya 5 cm direkat dengan kubus lain yang bahannya sama, rusuknya 10 cm, sedemikian sehingga salah satu sudut dan dua rusuk kedua kubus berimpit. Tentukan sistem koordinat yang sesuai dan tentukan letak dari pusat gravitasi sistem.
 31. Suatu kereta yang massanya 2000 kg mempunyai jarak sumbu roda depan dengan sumbu roda belakang 3,0 m. Biasanya pada roda-roda depan terdapat beban 1100 kg dan pada roda-roda belakang 900 kg. Sekarang beban 200 kg diletakkan pada bagian belakang kereta, 1,0 m di belakang sumbu roda belakang. Berapa beban total yang ada pada roda-roda depan? dan pada roda-roda belakang?
 32. Suatu roda yang diameternya 1,0 m berat 360 N. Berapa gaya yang diperlukan untuk menarik roda tersebut melalui sebuah batu bata yang tingginya 0,1 m bila titik tangkap gaya pada : (a) pusat, (b) puncak dari roda?
 33. Batang pada Gambar 8-19 adalah serbasama dan beratnya 2500 N. (a) Tentukan tegangan pada kawat mendatar, dan komponen mendatar serta tegak pada ujung bawah dari batang. (b) Apakah garis kerja gaya ini terletak pada batang?

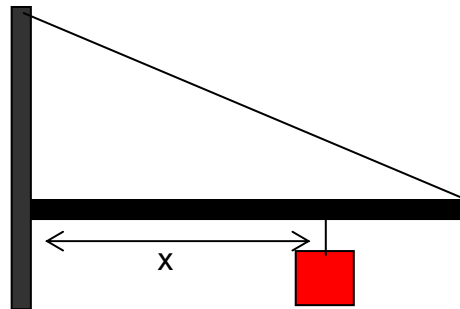


gambar 8-19

34. Salah satu ujung batang meteran diletakkan pada dinding tegak, seperti pada gambar 8-21. Ujung lainnya diikat dengan tali ringan yang

membentuk sudut θ dengan batang. Koefisien gesekan statik antara ujung batang meteran dengan dinding adalah 0,3 .

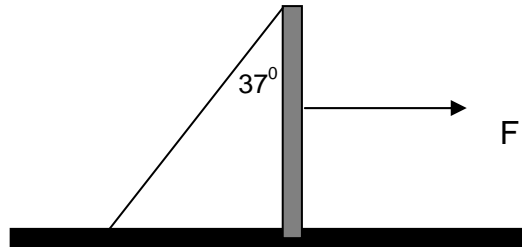
- Agar batang tetap dalam keadaan setimbang berapakah harga θ maksimum?
- Misalkan θ sama dengan 10° . Suatu benda yang beratnya sama dengan batang meteran digantungkan pada batang seperti pada gambar, pada jarak x dari dinding Berapakah harga x minimum agar batang tetap dalam keadaan setimbang?
- Bila $\theta = 10^\circ$, berapa besar koefisien gesekan statik agar benda dapat diletakkan ujung kiri batang meteran tanpa menyebabkannya tergelincir?



Gambar 8-21

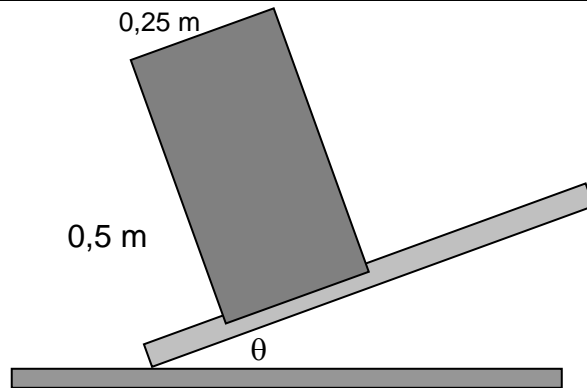
- Salah satu ujung sebuah tonggak yang beratnya 500 N terletak pada permukaan mendatar yang kasar dengan $\mu_s = 0,3$. Ujung atasnya ditahan dengan tali yang dihubungkan dengan permukaan dan membentuk sudut 37° dengan tonggak, seperti pada Gambar 8-22. Tonggak diberi gaya mendatar F seperti pada gambar.
 - Bila titik tangkap gaya F pada titik tengah tonggak, berapa harga terbesar yang dapat dipunyainya tanpa menyebabkan tonggak tergelincir?
 - Berapa besar gaya, tanpa menyebabkan tonggak tergelincir, bila titik tangkapnya adalah 0,7 panjang tonggak dari tanah?

- c. Buktikan bahwa bila titik tangkap gaya terlalu tinggi, tonggak tidak dapat tergelincir, betapapun besarnya gaya. Tentukan tinggi kritis untuk titik tangkap gaya.



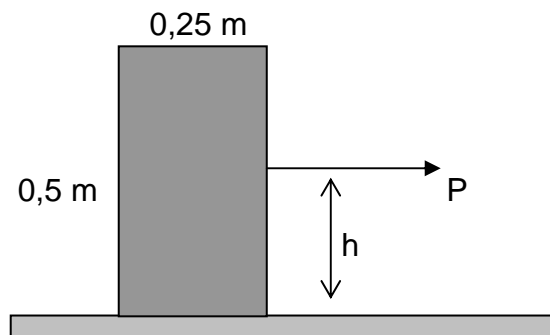
Gambar 8-22

36. Suatu daun pintu lebarnya 1,0 m dan tingginya 2,5 m berat 200 N dan ditahan oleh dua buah engsel, yang satu 0,5 m dari tepi atas dan lainnya 0,5 m dari tepi bawah. Setiap engsel menahan setengah dari berat total daun pintu. Dengan anggapan bahwa pusat gravitasi daun pintu terletak pada tengah-tengahnya, tentukan
- komponen-komponen gaya pada pintu oleh masing-masing engsel;
 - besar dan arah gaya yang dilakukan oleh masing-masing engsel.
37. Suatu balok segi-empat serbasama, tinggi 0,5 m dan lebar 0,25 m, terletak di atas papan AB , seperti pada Gambar 8-24. Koefisien gesekan statik antara balok dengan papan adalah 0,40.
- Pada bagan yang berskala, tunjukkan garis kerja dari resultan gaya normal pada balok oleh papan bila sudut $\theta = 15^\circ$
 - Bila ujung B dari papan pelan-pelan dinaikkan, apakah balok akan meluncur ke bawah sepanjang papan sebelum terguling? Tentukan sudut θ ketika balok mulai meluncur, atau pada saat terguling.
 - Bagaimana jawab bagian (b) bila koefisien gesekan statik adalah 0,60? 0,50?



Gambar 8-24

38. Suatu balok segi-empat lebar 0,25 m dan tinggi 0,5 m ditarik ke kanan sepanjang permukaan datar dengan laju tetap oleh gaya mendatar P, seperti tampak pada Gambar 8-25. Koefisien gesekan luncur adalah 0,40, berat balok 25 N, dan pusat gravitasinya terletak di tengahnya.
- Tentukan besar gaya P.
 - Tentukan letak garis kerja dari gaya normal N pada balok oleh permukaan, bila $h = 0,125$ m.
 - Tentukan harga dari h pada saat balok tepat mulai terguling.



Gambar 8-25